UFRJ Matemática Financeira Professor Alexandre B. Cunha

P2 2025/2

- 1. Fulano investiu R\$ 42.507,89 em um título indexado que rende 0,2% a.m. em termos reais (ou seja, acima do indexador). O prazo da aplicação foi de dois meses. Sabe-se que $\pi_1 = 0,8\%$ e $\pi_2 = 0,7\%$, onde π_t é a taxa de variação do indexador no mês t. Calcule o montante resgatado.
- 2. Fulano comprou uma LFT com vencimento daqui a 137 dias úteis. A taxa da transação foi igual a 0,0010%. Por simplicidade, assuma que o VNA do titulo na data da aquisição era igual a 9,458479. Calcule a cotação (truncada na quarta casa decimal) e o pu (truncado na sexta casa decimal).
- 3. Considere o fluxo de caixa nominal dado por $a_0 = -200$, $a_1 = 14$ e $a_2 = 214$. Sabe-se que a trajetória da inflação foi tal que $\pi_1 = 2\%$ e $\pi_2 = 5\%$. Calcule todas as taxas internas de retorno reais.
- 4. Fulano contraiu um financiamento, regido pelas regras do SAF, de R\$ 80.000,00. As prestações serão pagas mensalmente, a taxa de juros é de 4% a.m. e o prazo é de três meses. Elabore uma tabela que descreva o plano de pagamento da dívida. Observe que a tabela deve conter as variáveis t, P_t , J_t , A_t e D_t .

Respostas

Observação: os fluxos de caixa estão disponíveis na última página deste documento.

1. [Fluxo de Caixa]

$$S = C[(1+\pi_1)(1+i)][(1+\pi_2)(1+i)] \implies S = C(1+\pi_1)(1+\pi_2)(1+i)^2 \implies S = 42.507, 89 \times 1,008 \times 1,007 \times 1,002^2 \implies S = 43.320,65$$

2.

$$COT = \frac{1}{(1+\alpha)^{du/252}} \implies COT = \frac{1}{(1+\frac{0,0010}{100})^{137/252}} \implies COT = 99,9994\%$$

$$pu = COT \times VNA \implies pu = \frac{99,9994}{100} \times 9,458479 \implies pu = 9,458422$$

3. Denote o fluxo de caixa a preços da data 2 por (b_0, b_1, b_2) . Assim sendo, $b_2 = 214$, $b_1 = 14 \times 1,05 = 14,7$ e $b_0 = -200 \times 1,02 \times 1,05 = -214,2$.

[Fluxo de Caixa Real]

Uma TIR real R deve satisfazer a igualdade

$$-214, 2 + \frac{14,7}{1+R} + \frac{214}{(1+R)^2} = 0.$$

Fazendo $x = (1+R)^{-1}$, obtem-se a equação quadrática $-214, 2+14, 7x+214x^2=0$, a qual é equivalente a

$$2.140x^2 + 147x - 2.142 = 0.$$

Como

$$\Delta = 147^2 - 4 \times 2.140 \times (-2.142) = 18.357.129 \implies \sqrt{\Delta} = 4.284,522027,$$

podemos concluir que

$$x = \frac{-147 \pm 4.284, 522027}{2 \times 2.140}.$$

Como r será menor que -1 se x for negativo, a raíz negativa deve ser descartada. Desta forma,

$$\begin{array}{rcl} x & = & \frac{-147 + 4.284, 522027}{4.280} \implies x = 0,966711 \implies \\ 1 + r & = & 0,966711^{-1} \implies r = 3,4436\%. \end{array}$$

Assim sendo, r = 3,4436% é a única TIR real.

4. No SAF, a prestação é constante. Logo,

$$P = \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}C \implies P = \frac{0.04}{1 - 1.04^{-3}} \times 80.000 \implies P = 28.827, 88.$$

Adicionalmente, $J_t = iD_{t-1}$ e $A_t = P - J_t$. Segue-se a tabela solicitada.

\overline{t}	P_t	J_t	A_t	D_t
0	_	_	_	80.000,00
1	28.827,88	$3.200,\!00$	25.627,88	54.372,12
2	28.827,88	2.174,88	26.653,00	27.719,12
4	28.827,88	1.108,76	27.719,12	0,00

1.



3.

